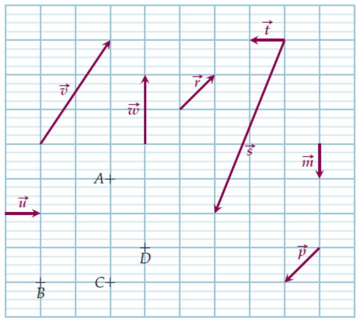
LES VECTEURS.
EXERCICES



<u>Exercice 1</u> : A partir de la figure ci-contre, citer un vecteur :

1. opposé à $\overrightarrow{CD}$
2. de même direction et de même sens que $\overrightarrow{AC}$
3. de même direction que $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire
4. égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$

<u>Exercice 2</u> : exercice 31 page 185

<u>Exercice 3</u>

A, B et C sont trois points du plan non alignés. D et E sont les points tels que $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB}$.
Montrer que $ADBE$ est un parallélogramme.

<u>Exercice 4</u>

Soient A, B et C trois points non alignés.

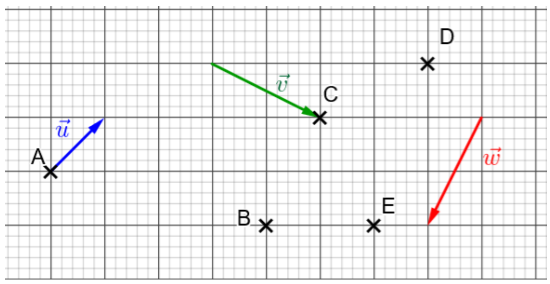
1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$
3. Que peut-on dire du point E ? Justifier.

<u>Exercice 5</u> : exercice 35 page 185

<u>Exercice 6</u> :

Sur la figure ci-contre, construire un représentant des vecteurs suivants :

1. $\vec{u} + \overrightarrow{AB}$
2. $\vec{u} + \overrightarrow{DB}$
3. $\vec{w} + \overrightarrow{DE}$



<u>Exercice 7</u>

On donne la figure ci-dessous où $ABCD$, $BDFE$ et $ECFG$ sont des parallélogrammes :

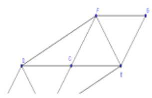
Compléter :

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} =$ ....

$\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{A.....}$

$\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{GE} =$ ....

$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{DF} =$ ....



<u>Exercice 8</u>

Sur la figure ci-contre, $ABHC$, $BEFG$ et $BCDE$ sont des parallélogrammes. De plus, $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BC}$.

Compléter les égalités :

$\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{\ldots E}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} =$ …….. $\qquad$ $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{G\ldots}$

Exercice 9 :

A l'aide de la relation de Chasles, compléter les égalités suivantes.

1. $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{\ldots A} + \overrightarrow{A\ldots}$
2. $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{\ldots\ldots} = \overrightarrow{HF}$
3. $\overrightarrow{D\ldots} + \overrightarrow{C\ldots} = \overrightarrow{\ldots B}$
4. $\overrightarrow{E\ldots} + \overrightarrow{\ldots E} = \overrightarrow{\ldots\ldots}$
5. $\overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{A\ldots} + \overrightarrow{B\ldots} + \overrightarrow{CM}$
6. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{\ldots\ldots} = \vec{0}$

Exercice 10 : Écrire le plus simplement possible en utilisant la relation de Chasles :

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA}$
2. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA}$
3. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB}$
4. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA}$
5. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA}$
6. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB}$

Exercice 11

A, B et C sont trois points. Placer les points tels que :

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ $\qquad \overrightarrow{AN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ $\qquad \overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BS} = \overrightarrow{SC}$ $\qquad 2\overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{CG} = 2\overrightarrow{AB}$ $\qquad \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{CR} = \vec{0}$

Exercice 17

A, B, C et D sont quatre points. M et N sont les deux points tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{CD} + 6\overrightarrow{AD}$.
Que peut-on dire des droites (AM) et (BN) ? Justifier.

Exercice 18

ABC est un triangle.

1. Placer les points E, F et G tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}$ *et* $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB}$.
2. Exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$
3. Exprimer $\overrightarrow{AF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
4. Exprimer de même $\overrightarrow{GB}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
5. Démontrer que les droites (AF) et (BG) sont parallèles.

VECTEURS EXERCICES DIFFÉRENCIÉS

<u>Pour ceux qui sont à l'aise en maths</u> :

<u>Exercice 1.</u>

On se place dans un repère . Soient les points : $A(1\,;3)$ $B(-4\,;0)$, $C(3\,;2)$ et $D(0{,}5\,;\,0{,}5)$.

1. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.
2. Déterminer les coordonnées du point I tel que $ABCI$ est un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{CD}$.
4. P est le point d'intersection de la droite (AC) et de l'axe des abscisses.
   - ***a.*** Quelle est l'ordonnée de P ? On note x son abscisse.
   - ***b.*** Déterminer x puis donner les coordonnées de P.

<u>Exercice 2.</u>

$ABCD$ est un **parallélogramme de centre O**. Montrer que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{OB}=\vec{0}$.

<u>Pour ceux qui veulent s'entraîner encore</u> :

<u>Exercice 1.</u>

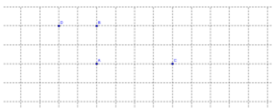
On se place dans un repère . Soient les points : $A(-4\,;1)$ $B(-2\,;4)$, $C(4\,;0)$ et $D(7\,;\,4{,}5)$.

1. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
2. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.
3. Le point D est-il un point de la droite (AB) ? Justifier.
4. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.
5. Déterminer les coordonnées du point E tel que $ABCE$ soit un parallélogramme.

<u>Exercice 2.</u>

Sur la figure ci-contre, placer les points M, N, R et S tels que :

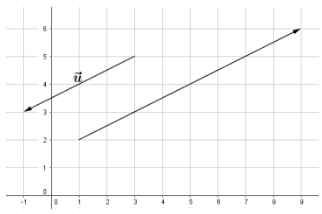
$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{BN}=-\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{RA}=\overrightarrow{AD}$$
$$\overrightarrow{AS}=\overrightarrow{SC}$$



<u>Pour ceux qui ont besoin de revoir les bases</u> :

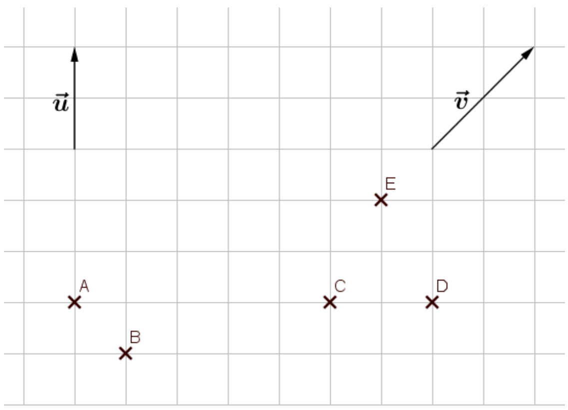
<u>Exercice 1.</u>

1. Lire sur la figure ci-contre les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.
2. Les vecteurs représentés ont-ils la même direction ? Le même sens ?



<u>Exercice 2.</u>

Sur la figure ci-contre, construire le représentant du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ qui a pour origine A et le représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ qui a pour extrémité E.



<u>Exercice 3.</u>

Dans un repère orthonormal, on donne $A(-2\,;\,-1)$; $B(2\,;0)$; $C(1\,;\,3)$ et $D(-3\,;2)$

1. Faire une figure.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. En utilisant les vecteurs, montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

<u>Exercice 4.</u>

On se place dans un repère . Soient les points : A(− 4 ;1) B(– 2 ;4), C(4 ;0) et D(7 ; 4,5).

1. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.
2. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.
3. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ? Justifier.

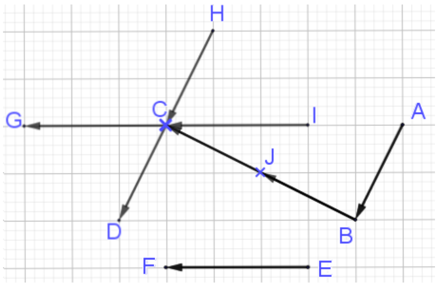
LES VECTEURS.
EXERCICES
CORRECTION

Correction de l'exercice 1 :

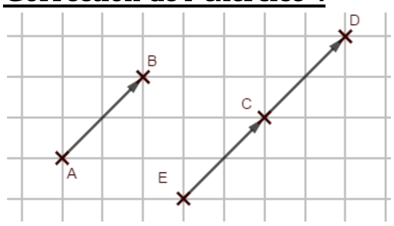
1. Un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{CD}$ est le vecteur $\vec{p}$.
2. Un vecteur de même direction et de même sens que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est le vecteur $\vec{m}$.
3. Un vecteur de même direction que le vecteur $\overrightarrow{BC}$ mais de sens contraire est le vecteur $\vec{t}$.
4. Un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{BA}$ est le vecteur $\vec{v}$

Correction de l'exercice 2 :

On obtient la figure ci-dessous :



Correction de l'exercice 4

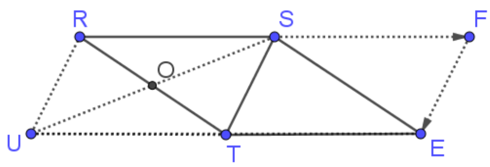


On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$ donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EC}$.

Alors C est le milieu de $[ED]$ donc $\boldsymbol{E}$ **est le symétrique de** $\boldsymbol{D}$ **par rapport à** $\boldsymbol{C}$**.**

Correction de l'exercice 5

1. On obtient la figure ci-contre
2. D'après l'énoncé :



Le point F est l'image de du point S par la translation de vecteur $\overrightarrow{UT}$. On a donc : $\overrightarrow{\boldsymbol{SF}} = \overrightarrow{\boldsymbol{UT}}$.

Le point E est l'image de du point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{RU}$. On a donc : $\overrightarrow{\boldsymbol{FE}} = \overrightarrow{\boldsymbol{RU}}$

De plus,

On sait que le quadrilatère $RSTU$ est un parallélogramme.

Donc, on a : $\overrightarrow{\boldsymbol{RU}} = \overrightarrow{\boldsymbol{ST}}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{RS}} = \overrightarrow{\boldsymbol{UT}}$

Par conséquent :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{SF}} = \overrightarrow{\boldsymbol{UT}} = \overrightarrow{\boldsymbol{RS}} \quad \boldsymbol{et} \quad \overrightarrow{\boldsymbol{FE}} = \overrightarrow{\boldsymbol{RU}} = \overrightarrow{\boldsymbol{ST}}$$

On sait que dans le quadrilatère $SFET$: $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{ST}$

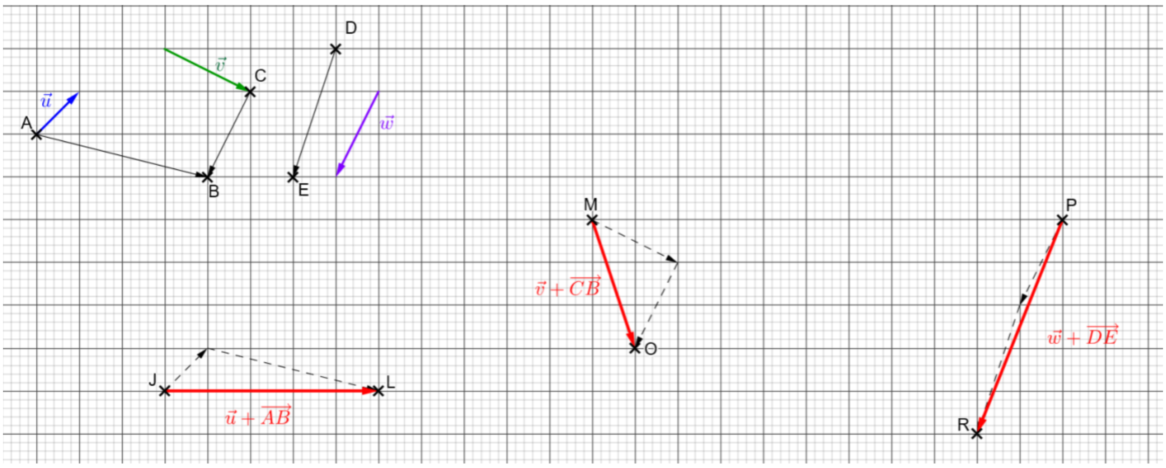
Donc le quadrilatère $\boldsymbol{SFET}$ **est un parallélogramme**

Ce qui implique que : $\overrightarrow{\boldsymbol{TE}} = \overrightarrow{\boldsymbol{SF}}$

On sait que dans le quadrilatère $RSET$: $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{SF} = \overrightarrow{TE}$

Donc le quadrilatère $\boldsymbol{RSET}$ **est un parallélogramme**

Correction de l'exercice 6 :



Correction de l'exercice 9 :

1. $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}$ d'après la relation de Chasles.
2. $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{HF}$ d'après la relation de Chasles.
3. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$ d'après la relation de Chasles.
4. $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AE} = \vec{0}$ par exemple (beaucoup de sommes conviennent)
5. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CM}$ d'après la relation de Chasles.
6. $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$ d'après la relation de Chasles.

Correction de l'exercice 10

1. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$
2. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BD}$
3. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$
4. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$
5. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD} = 2\,\overrightarrow{BD}$
6. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

Correction de l'exercice 17.

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CD} + 2\,\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BN} = 3\,\overrightarrow{CD} + 6\,\overrightarrow{AD}$. On remarque que $\overrightarrow{BN} = 3\,\overrightarrow{AM}$.

Alors les vecteurs $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires donc **les droites (AM) et (BN) sont parallèles**

Correction de l'exercice 18.

ABC est un triangle.

1. Placer les points E, F et G tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}$ *et* $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{BA} + 2\,\overrightarrow{CB}$.
2. Fait en classe.
3. Fait en classe. On obtient $\overrightarrow{AF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
4. $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CB}$ on introduit le point C pour faire apparaître $\overrightarrow{GC}$ car c'est celui qu'on a dans l'énoncé
   $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BA} + 2\,\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB}$
   $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BA} + 3\,\overrightarrow{CB}$
   $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BA} + 3\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}\right)$ on introduit le point A car à la fin, on veut $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
   $\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BA} + 3\,\overrightarrow{CA} + 3\,\overrightarrow{AB}$ on développe
   $\overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AC} + 3\,\overrightarrow{AB}$ on fait apparaître $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme demandé dans l'énoncé
   $\boldsymbol{\overrightarrow{GB} = 2\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AC}}$

5. On a $\overrightarrow{AF} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 1\,\overrightarrow{AC}$ et

$\times(-3)$

$\overrightarrow{GB} = 2\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AC}$

On remarque que $\overrightarrow{GB} = -3\,\overrightarrow{AF}$ car $-\dfrac{2}{3}\times(-3) = 2$ et $1\times(-3) = -3$

Alors les vecteurs $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires donc **les droites (GB) et (AF) sont parallèles**